

第一部分：信号与系统（总分 75 分）

一、填空题（共 9 小题；每空 2 分，共 34 分）

解答本大题中各小题不要求写解答过程，只须将算得的正确答案填写在答题纸上。例如：

一、填空题：1. ____；2. ____；……。

1. 就函数的奇偶性而言，信号 $\delta(t)$ 是____函数； $\delta(at-b)=$ ____，这里 a 、 b 为实常数，且 $a \neq 0$ 。

2. 数字通信系统中，可将解调器中的硬判决单元视作以如下输入、输出关系描述的连续时间系统：

$$y(t) = \begin{cases} 1, & f(t) > 0 \\ 0, & f(t) \leq 0 \end{cases},$$

那么，这个系统是____（线性/非线性）、____（时不变/时变）系统。

3. 因果连续 LTI 系统的输入、输出方程如下：

$$y''(t) + 7y'(t) + 10y(t) = 2f'(t) - f(t),$$

若输入 $f(t) = e^{-t}\varepsilon(t)$ ，则 $y'(0_+) - y'(0_-) =$ ____， $y(0_+) - y(0_-) =$ ____。

4. 已知： $\text{sgn}(t) \leftrightarrow S(j\omega) = \begin{cases} \frac{2}{j\omega}, & \omega \neq 0 \\ 0, & \omega = 0 \end{cases}$ ，则 $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\pi t}, & t \neq 0 \\ 0, & t = 0 \end{cases}$ 的傅里叶变换：

$$F(j\omega) = \text{____}。$$

这里， $\text{sgn}(t)$ 是符号函数，其定义为：

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases};$$

若 $F(j\omega) = |F(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$ ，请画出 $F(j\omega)$ 的相频特性曲线：____。

5. 假定连续周期信号 $f(t)$ 是电压信号，单位为伏特(V)，并且，

$$f(t) = 0.5 + \cos\left(\frac{1000}{3}\pi t\right) - 0.4\sin\left(\frac{1000}{5}\pi t\right), \text{ 时间 } t \text{ 单位为秒(s),}$$

则 $f(t)$ 的基波频率为____Hz，平均功率为____W。

6. 序列 $f_1(k) = \varepsilon(k-1) - \varepsilon(k-3)$ ，序列 $f_2(k) = \varepsilon(k+1)$ ，则序列 $f(k) = f_1(k) * f_2(k)$ 的波形为：____；

$f(k)$ 的 z 变换为：____。

7. 时间有限信号 $f(t)$ 如图 1-7 所示, 有始周期信号 $f_1(t) = f(t) * \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t-2n)$, 则拉普拉斯变换

$F_1(s) = \underline{\hspace{2cm}}$, 其收敛域为: $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

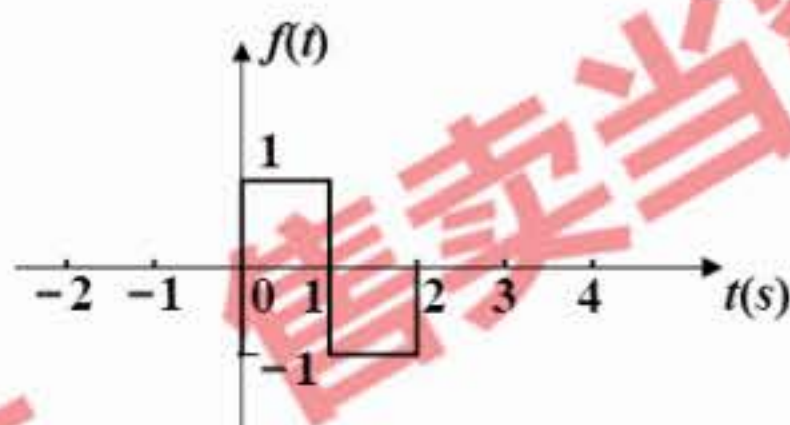


图 1-7

8. 由图 1-7 所示 $f(t)$ 进行周期延拓得到周期信号 $f_T(t)$, 即:

$$f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t-nT), \quad T=2,$$

若 $f_T(t)$ 的三角函数形式傅里叶级数如下式:

$$\begin{aligned} f_T(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\Omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\Omega t) \\ &= \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n), \quad \Omega = \frac{2\pi}{T}, \end{aligned}$$

则, $f_T(t)$ 是否存在偶次谐波? $\underline{\hspace{1cm}}$ (是/否); $f_T(t)$ 的基波表达式为: $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 矩形脉冲取样系统如图 1-9 (a)所示, 其中取样脉冲序列为:

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{\tau}(t-nT_s), \quad 0 < \tau < T_s;$$

矩形脉冲信号 $g_{\tau}(t)$ 如 1-9 (b)所示。若信号 $f(t)$ 是实带限信号, 最高频率为 f_m , 则要使取样信号 $f_s(t)$

的频谱不发生混叠, 取样周期 T_s 应满足的条件是: $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

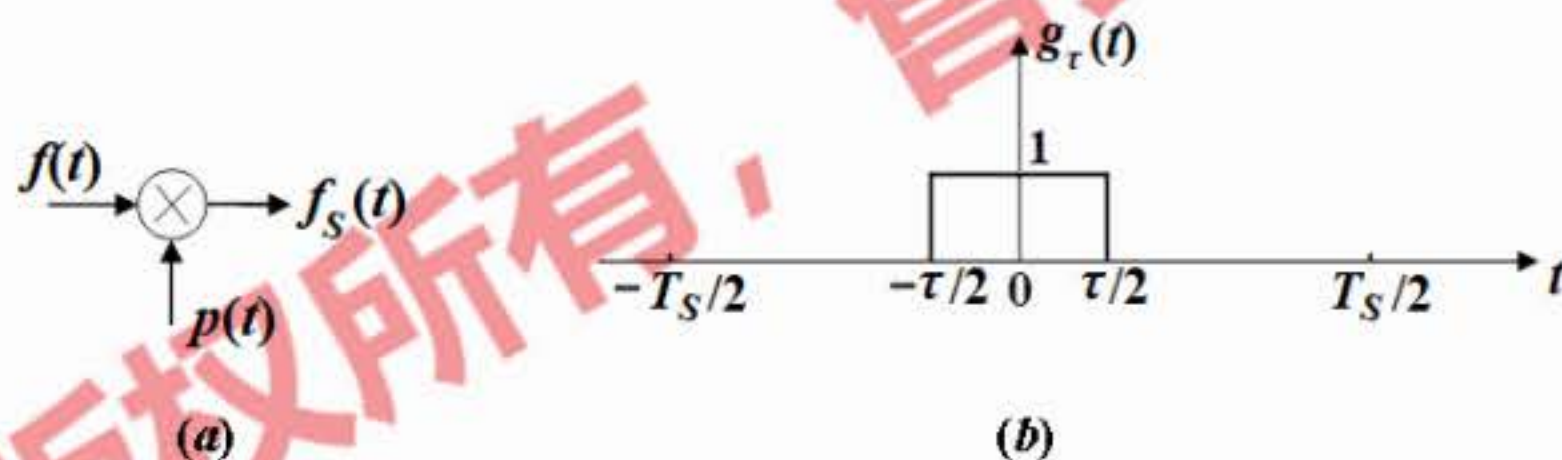


图 1-9

二、计算、证明题（共 5 题，共 41 分）

解答本大题中各小题，必须在答题纸上书写关键性解题步骤，只有答案得 0 分。非通用符号请注明含义。

1. （11 分）如图 2-1 (a) 所描述的离散时间系统中，若单位序列响应为 $h(k)$ 的子系统是 LTI 系统，该子系统系统函数为 $H(z)$ ， $h(k) \leftrightarrow H(z)$ 。

(1) 试根据线性和时不变性的定义在时域验证图 2-1 (a) 所示系统是线性时不变 (LTI) 系统；确

定其单位序列响应 $h_1(k)$ 和系统函数 $H_1(z) = \frac{Y(z)}{F(z)}$ （即，分别以 $h(k)$ 和 $H(z)$ 来表示它们）。

提示： $\cos(\pi k) = e^{j\pi k} = (-1)^k$ 。

- (2) 若子系统频响 $H(e^{j\theta})$ 如图 2-1 (b) 所示，请画出频响 $H_1(e^{j\theta})$ ；并分别指出 $H(e^{j\theta})$ 和 $H_1(e^{j\theta})$ 的离散滤波器类型（低通/高通）。

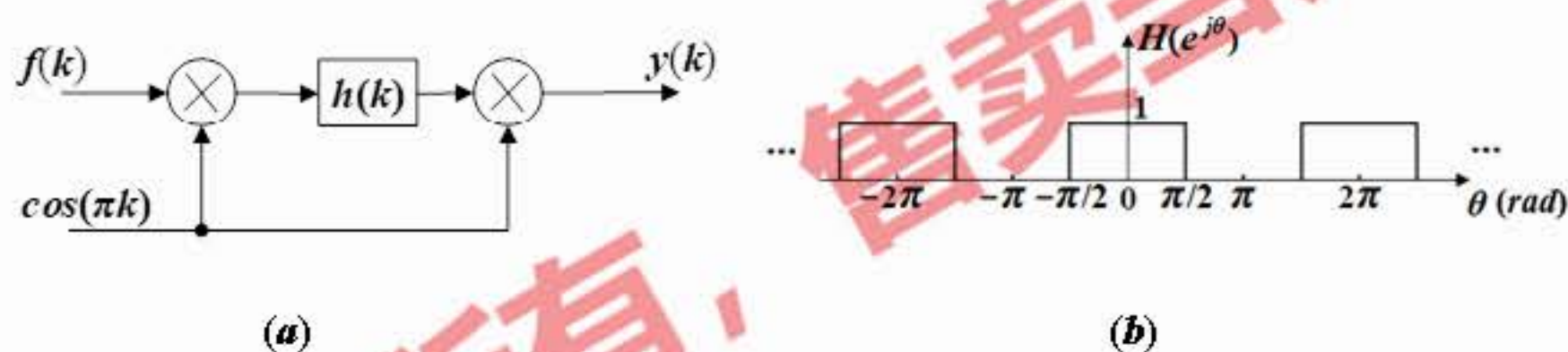


图 2-1

2. （8 分）描述某线性时不变 (LTI) 因果连续系统的微分方程为：

$$y''(t) + 4y'(t) + 3y(t) = f'(t) + 4f(t),$$

当输入信号 $f(t) = e^{-2t} \varepsilon(t)$ 时，有 $y(0_+) = 1$ ， $y'(0_+) = 2$ ，求系统的零输入响应 $y_z(t)$ ，零状态响应 $y_s(t)$ 和全响应 $y(t)$ ；并指出该系统的滤波器类型（低通/高通/带通/带阻）。

3. （9 分）某线性时不变 (LTI) 因果离散系统的框图如图 2-3 所示。

- (1) 写出描述该系统的差分方程，求单位序列响应 $h(k)$ ；
- (2) 确定系统函数 $H(z)$ ，并画出零、极点分布图；
- (3) 离散系统频率响应为 $H(e^{j\theta}) = H(z)|_{z=e^{j\theta}}$ ， $\theta(\text{rad})$ 为离散角频率。

若 $H(e^{j\theta}) = |H(e^{j\theta})| e^{j\phi(\theta)}$ ，试定性画出幅频响应 $|H(e^{j\theta})| \sim \theta$ 曲线，需标明特征频点处的幅频响应值。

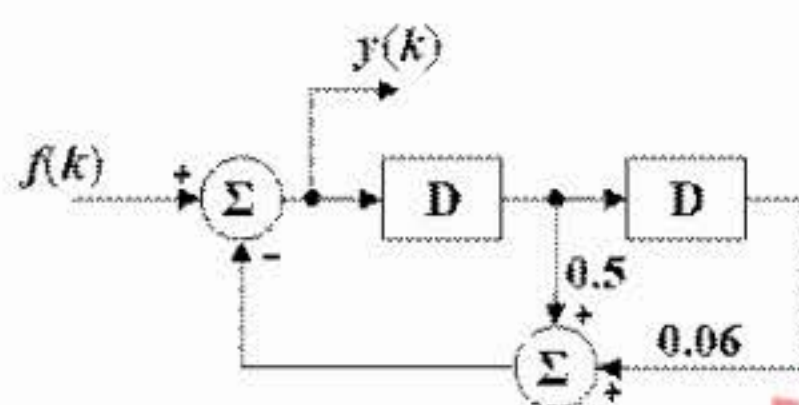


图 2-3

4. (8分) 某连续因果系统的框图如图 2-4 所示。参数 a 为实数。试确定：

- (1) 以 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 作为状态变量的状态方程和输出方程；
- (2) 求能使系统保持稳定的参数 a 取值范围。
- (3) 画出 $a = -2$ 时系统的直接型流图。

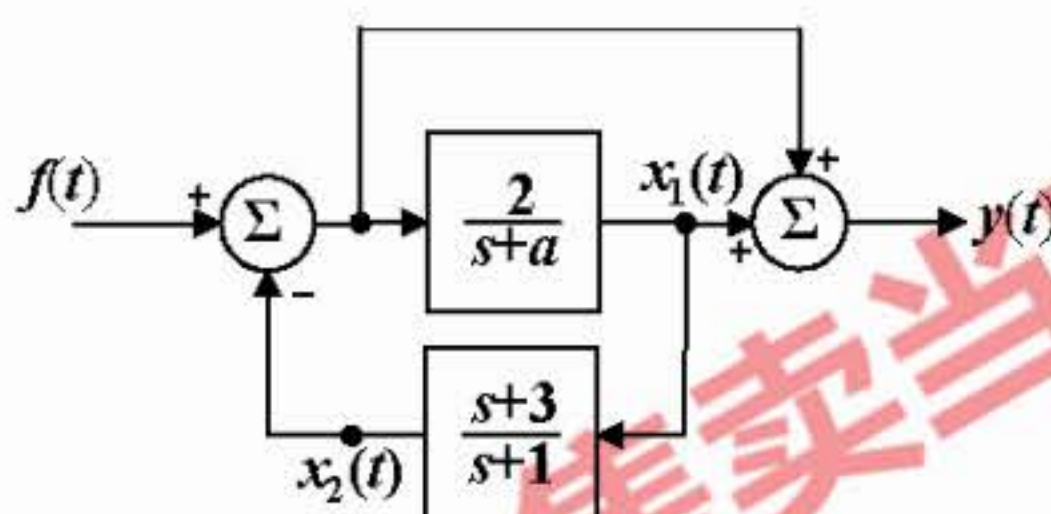


图 2-4

5. (5分) 图 2-5 所示系统是模拟无线通信中的正交复用调制、解调系统。其中，

- (1) $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 是不同的实带限信号，最高频率均为 f_m ；
- (2) $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 是调制载波，分别有： $s_1(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ 和 $s_2(t) = \sin(2\pi f_0 t)$ ，载波频率 $f_0 \gg f_m$ ；
- (3) $h(t)$ 是无线信道，这里假定信道是理想的，即 $h(t) = \delta(t)$ ；
- (4) $h_1(t)$ 是接收端的解调滤波器，是理想低通滤波器，其频响 $H_1(j\omega)$ 如下：

$$H_1(j\omega) = \begin{cases} 2, & |\omega| < 2\pi f_c \\ 0, & |\omega| > 2\pi f_c \end{cases},$$

此处，截止频率 f_c 满足： $f_m < f_c < 2f_0 - f_m$ 。

试证明：

$$y_1(t) = f_1(t) \text{ 和 } y_2(t) = f_2(t)。$$

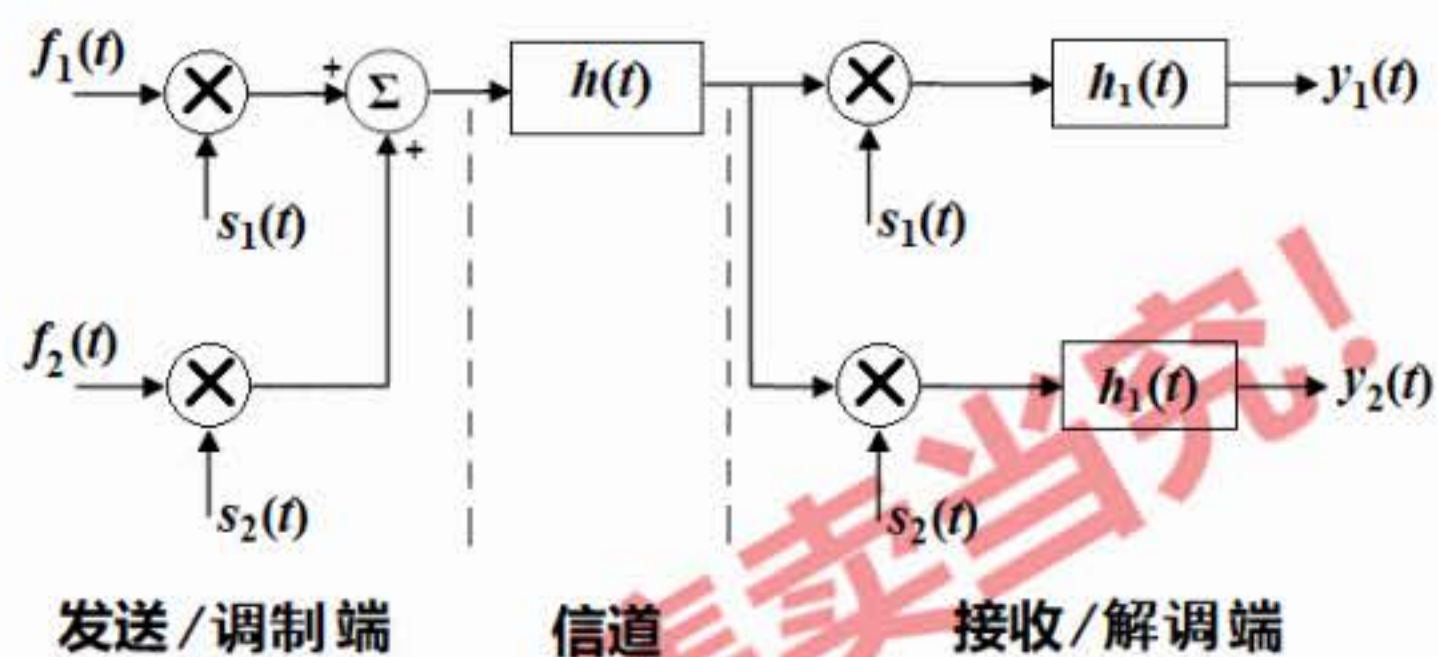


图 2-5

23_811A 参考答案:

第一部分: 信号与系统 (总分 75 分)

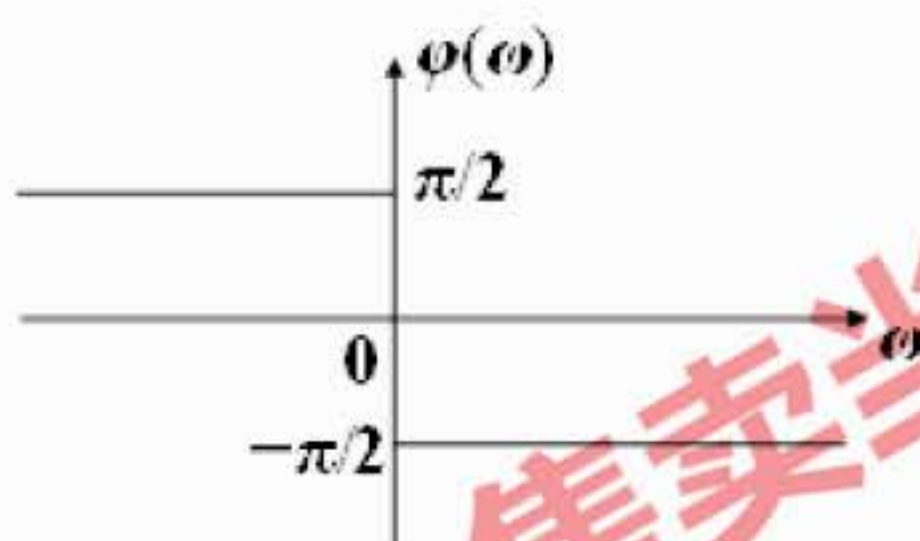
一、填空题 (共 9 小题; 每空 2 分, 共 34 分)

1. 偶; $\frac{1}{|a|}\delta\left(t-\frac{b}{a}\right)$ 。

2. 非线性; 时不变。

3. 2; 0。

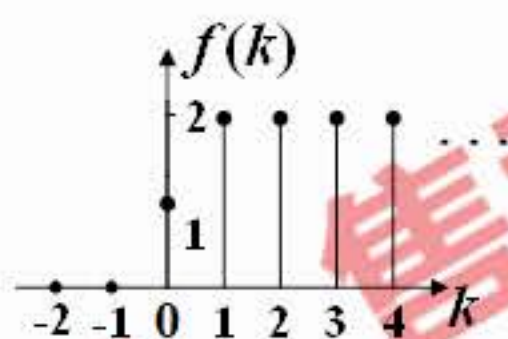
4. $-j\text{sgn}(\omega)$; 相频特性如题解图 1-4。



题解图 1-4

5. $\frac{100}{3}$; 0.83。

6. $f(k)$ 波形如题解图 1-6 所示; $\frac{z+1}{z-1}$, $|z|>1$ (不写收敛域不扣分)。



题解图 1-6

7. $\frac{1-2e^{-s}+e^{-2s}}{s} \cdot \frac{1}{1-e^{-2s}} = \frac{1-e^{-s}}{s(1+e^{-s})}$; $\text{Re}[s]>0$ 。

8. 否; $\frac{4}{\pi} \sin(\pi t) = \frac{4}{\pi} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ 。

9. $T_s < \frac{1}{2f_m}$ (写成 $T_s \leq \frac{1}{2f_m}$ 不扣分)。

二、计算、证明题 (共 5 题, 共 41 分)

1. (11 分)

(1) $f(k) \rightarrow y(k) = [(-1)^k f(k) * h(k)](-1)^k$, (1 分)

线性验证如下: 设,

$f_1(k) \rightarrow y_1(k) = [(-1)^k f_1(k) * h(k)](-1)^k$ 和

$f_2(k) \rightarrow y_2(k) = [(-1)^k f_2(k) * h(k)](-1)^k$

则:

$$\begin{aligned} a_1 f_1(k) + a_2 f_2(k) &\rightarrow \{(-1)^k [a_1 f_1(k) + a_2 f_2(k)] * h(k)\}(-1)^k \\ &= a_1 [(-1)^k f_1(k) * h(k)](-1)^k + a_2 [(-1)^k f_2(k) * h(k)](-1)^k \\ &= a_1 y_1(k) + a_2 y_2(k) \end{aligned}$$

故该系统具备线性。(1 分)

时不变性验证如下:

$f(k - k_0) \rightarrow [(-1)^k f(k - k_0) * h(k)](-1)^k,$

$y(k - k_0) = [(-1)^{k-k_0} f(k - k_0) * h(k)](-1)^{k-k_0}$

而,

$$\begin{aligned} &= (-1)^{-2k_0} [(-1)^k f(k - k_0) * h(k)](-1)^k \\ &= [(-1)^k f(k - k_0) * h(k)](-1)^k \end{aligned}$$

所以有:

$f(k - k_0) \rightarrow y(k - k_0),$

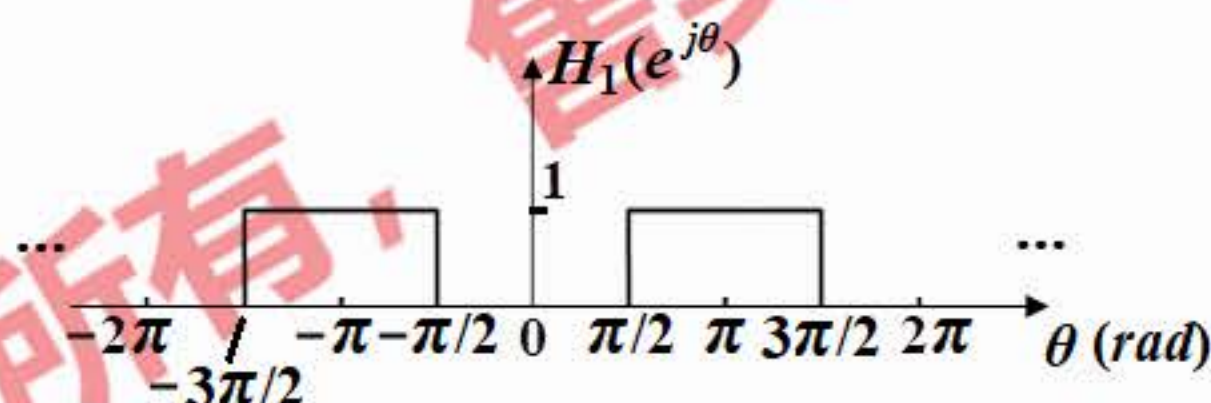
故该系统具备时不变性。(2 分)

对于 LTI 系统, $h_1(k) = y(k)|_{f(k)=\delta(k)}$, 所以有:

$$\begin{aligned} h_1(k) &= [(-1)^k \delta(k) * h(k)](-1)^k \\ &= (-1)^k h(k) \end{aligned} \quad ; (2 \text{ 分})$$

由 z 变换性质: $H_1(z) = H(-z)$ 。(1 分)

(2) $H_1(e^{j\theta}) = H(-e^{j\theta}) = H[e^{j(\theta-\pi)}]$, 所以频响 $H_1(e^{j\theta})$ 如题解图 2-1 所示。(2 分)



题解图 2-1

$H(e^{j\theta})$ 是理想低通滤波器 (1 分); $H_1(e^{j\theta})$ 是理想高通滤波器 (1 分)。

2. (8 分)

由奇异函数系数匹配法容易得到:

$$y'(0_+) - y'(0_-) = 1 \text{ 和 } y(0_+) - y(0_-) = 0,$$

所以, $y'(0_-) = y'(0_+) - 1 = 1$, $y(0_-) = y(0_+) = 1$ 。(2 分)

微分方程两边取单边拉普拉斯变换得:

$$s^2 Y(s) - sy(0_-) - y'(0_-) + 4[sY(s) - y(0_-)] + 3Y(s) = (s+4)F(s),$$

即:
$$Y(s) = \frac{sy(0_-) + y'(0_-) + 4y(0_-)}{s^2 + 4s + 3} + \frac{s+4}{s^2 + 4s + 3} F(s),$$

将 $y'(0_-) = 1$ 、 $y(0_-) = 1$ 和 $F(s) = \frac{1}{s+2}$ 代入后有:

$$Y_d(s) = \frac{s+5}{s^2 + 4s + 3} = \frac{s+5}{(s+1)(s+3)} = \frac{2}{s+1} + \frac{-1}{s+3},$$

$$Y_z(s) = \frac{s+4}{(s^2 + 4s + 3)(s+2)} = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{\frac{3}{2}}{s+1} + \frac{-2}{s+2} + \frac{\frac{1}{2}}{s+3},$$

反变换可得: $y_d(t) = (2e^{-t} - e^{-3t})\varepsilon(t)$ 和 $y_z(t) = \left(\frac{3}{2}e^{-t} - 2e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{-3t}\right)\varepsilon(t)$ 。(4 分)

全响应 $y(t) = y_{zi}(t) + y_{zs}(t) = \left(\frac{7}{2}e^{-t} - 2e^{-2t} - \frac{1}{2}e^{-3t} \right) \varepsilon(t)$ 。(1分)

系统函数为: $H(s) = \frac{s+4}{(s+1)(s+3)}$, 由零、极点情况可知该系统是低通滤波器。(1分)

3. (9分)

(1) 由系统框图容易得到系统方程如下:

$$y(k) + 0.5y(k-1) + 0.06y(k-2) = f(k), \quad (1分)$$

时域求解单位序列响应 $h(k)$:

由以下关系:
$$\begin{cases} h(k) + 0.5h(k-1) + 0.06h(k-2) = \delta(k) \\ h(-1) = h(-2) = 0 \end{cases}$$

递推可得: $h(0) = 1$ 和 $h(1) = -0.5$;

$$h(k) = C_1(-0.2)^k + C_2(-0.3)^k,$$

从而有:

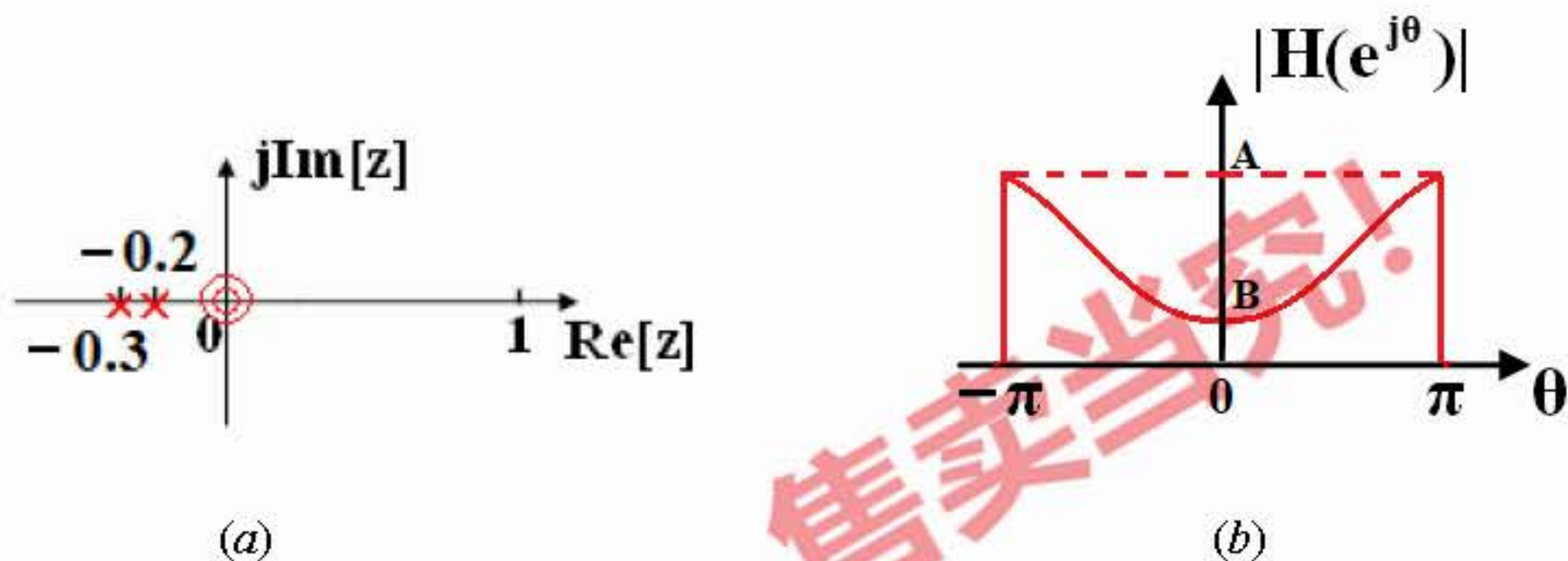
$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 1 \\ -0.2C_1 - 0.3C_2 = -0.5 \end{cases},$$

可求出: $C_2 = 3$, $C_1 = -2$ 。故单位序列响应为:

$$h(k) = [3(-0.3)^k - 2(-0.2)^k] \varepsilon(k). \quad (2分)$$

(2)
$$H(z) = \frac{1}{1+0.5z^{-1}+0.06z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2+0.5z+0.06}, \quad (2分)$$

零、极点分布图如题解图 2-3 (a)所示。(2分);



题解图 2-3

(3) 由 z 平面几何法不难定性画出幅频响应曲线如题解图 2-3 (b) 所示, 此处,

$$B = \frac{25}{39} \approx 0.64, \quad A = \frac{25}{14} \approx 1.79. \quad (2 \text{ 分})$$

4. (8 分)

(1) 左边加法器输出为: $-x_2(t) + f(t)$;

由框图中, 上面子系统的系统函数可得:

$$\dot{x}_1(t) + ax_1(t) = -2x_2(t) + 2f(t),$$

整理后, 即: $\dot{x}_1(t) = -ax_1(t) - 2x_2(t) + 2f(t)$ (式 1);

(1 分)

由框图中, 下面子系统的系统函数可得:

$$\dot{x}_2(t) + x_2(t) = \dot{x}_1(t) + 3x_1(t),$$

即:

$$\dot{x}_2(t) = \dot{x}_1(t) + 3x_1(t) - x_2(t)$$

将 (式 1) 代入上式有: $\dot{x}_2(t) = (3-a)x_1(t) - 3x_2(t) + 2f(t)$ (式 2);

(1 分)

右边加法器输出为: $y(t) = x_1(t) - x_2(t) + f(t)$ (式 3);

(1 分)

上述 (式 1)、(式 2) 即为状态方程; (式 3) 是输出方程, 写成矩阵形式分别为:

状态方程:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a & -2 \\ 3-a & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} f(t),$$

输出方程:
$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + f(t)。$$

(2) 由梅森公式可得:

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{1 + \frac{2}{s+a}}{1 - \left[\frac{2}{s+a} \cdot \left(-\frac{s+3}{s+1} \right) \right]} \\ &= \frac{1 + \frac{2}{s+a}}{1 + \frac{2(s+3)}{(s+a)(s+1)}} \\ &= \frac{s^2 + (a+3)s + a+2}{s^2 + (a+3)s + (a+6)} \end{aligned}$$

(2 分)

由罗斯 (Roth) 准则, 使系统稳定的充要条件是:

$$\begin{cases} a+3 > 0 \\ a+6 > 0 \end{cases} \quad \text{同时满足,}$$

故, $a > -3$ 时, 系统稳定。

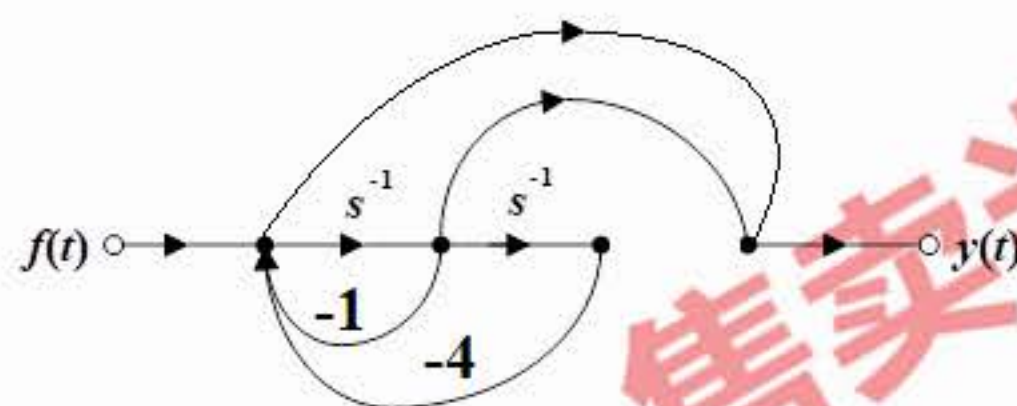
(1 分)

(3) $a = -2$ 时, 系统函数为:

$$H(s) = \frac{s^2 + (a+3)s + a+2}{s^2 + (a+3)s + (a+6)} \Big|_{a=-2} = \frac{s^2 + s}{s^2 + s + 4} = \frac{1 + s^{-1}}{1 + s^{-1} + 4s^{-2}},$$

由梅森公式, 系统的直接型流图如题解图 2-4 所示。

(2 分)



题解图 2-4

5. (5 分)

证明: 设调制端加法器输出信号为 $y_v(t)$, 则该信号可表示如下:

$$y_v(t) = f_1(t) \cos(2\pi f_0 t) + f_2(t) \sin(2\pi f_0 t), \quad (1 \text{ 分})$$

由于信道是理想的，所以解调器输入信号（设为 $y_{re}(t)$ ）为：

$$y_{re}(t) = y_{tr}(t) \quad , \quad (1 \text{ 分})$$

接收同相支路与本地载波相乘后的信号设为 $y_{re1}(t)$ ，则：

$$y_{re1}(t) = y_{re}(t) \cos(2\pi f_0 t) = f_1(t) \cos^2(2\pi f_0 t) + f_2(t) \sin(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_0 t) ,$$

由三角函数关系：

$$y_{re1}(t) = \frac{f_1(t)}{2} + \frac{f_1(t) \cos(4\pi f_0 t)}{2} + \frac{f_2(t) \sin(4\pi f_0 t)}{2} \quad , \quad (1 \text{ 分})$$

由于 $f_0 \gg f_m$ ，所以上式后两项无法通过后面的低通滤波器 $h_1(t)$ ，并且：

$$y_1(t) = f_1(t) \quad . \quad (1 \text{ 分})$$

对于接收正交支路，同理可得： $y_2(t) = f_2(t)$ 。 (1 分)